Physik und Medizin

DRUCK
ATMUNG
BLUTKREISLAUF

Teil 1
Einführung: Ein Lernzirkel zum Druck in Gasen

Lehrstuhl für Didaktik der Physik
Ludwig-Maximilians-Universität München

Giuseppe Colicchia, Andrea Künzl, Hartmut Wiesner und Alfred Ziegler

Erläuterungen zum Druckbegriff

Wenn im Schulunterricht der Begriff Druck eingeführt wird, hat man - wie bei vielen anderen physikalischen Begriffen auch - das Problem, dass der Begriff nicht nur umgangssprachlich schon besetzt ist, sondern auch, dass Schüler meist konkrete - wenn auch oft in sich nicht stimmige - Vorstellungen mit dem Begriff verbinden. Am wenigsten denken sie dabei an den Druck in Flüssigkeiten oder Gasen, der im Schulunterricht bei der Behandlung dieses Themas die Hauptrolle spielt, obwohl nur dieser im physikalischen Sprachgebrauch Druck genannt werden darf. In der Physik knüpfen sich nämlich an die Verwendung des Wortes Druck für den Quotienten aus Kraft und Fläche bestimmte Voraussetzungen, die nur für Flüssigkeiten und Gase erfüllt sind: er muss in alle Richtungen gleich sein (isotrop) und von der Fläche unabhängig, d.h. die Kraft muss zur Fläche proportional sein. Bei der Ausübung von Druck (im umgangssprachlichen Sinne) auf einen festen Körper hingegen heißt der Quotient aus Kraft und Fläche im Sprachgebrauch der Physik Spannung. Nun kann es ja nicht Sinn des Unterrichts sein, den Schülerinnen und Schülern einen Sprachgebrauch zu verbieten und/oder feste Stoffe als inopportun auszuklammern. Im folgenden werden deshalb die Verhältnisse bei festen Körpern, Flüssigkeiten und Gasen zum besseren Verständnis gegenübergestellt, was durchaus auch als Vorschlag für eine Anordnung im Unterricht angesehen werden kann. Dabei wird deutlich werden, dass die übliche Schulbuch-Behandlung des Druckbegriffs begrifflich zu stark eingeschränkt ist und der Vielfalt der Phänomene nicht gerecht wird.
Dem umgangssprachlichen Gebrauch des Wortes Druck entspricht am ehesten der Fall, dass man auf einen festen, in der Regel nicht beweglichen Körper durch direkten Kontakt eine Kraft, „Druck“ ausübt (Druck mit der Hand auf eine Platte, gegen die Wand, auf einen Druckknopf, Gewicht auf einer Säule usw.). Leicht zu vermitteln ist Schülern dabei, dass es für die Wirkung nicht allein auf die ausgeübte Kraft ankommt, sondern auch auf die Fläche, auf die die Kraft ausgeübt wird (Beispiele: Schneeschuhe, Stöckelschuhe, Reißnagel, flaches Hinlegen auf Eis bei Einbrechgefahr oder auch, dass, ob ein Pfeiler zusammenbricht, nicht allein von der einwirkenden Kraft abhängt, sondern auch von seinem Querschnitt). Intuitiv ist klar, dass bei gleicher Kraft die Wirkung umso größer ist, je kleiner die Fläche ist. Das legt den Quotienten F/A (Kraft pro Fläche) als Maß für die Wirkung nahe. Das ist aber gerade ein Fall voreiliger Mathematisierung - ein Grundproblem des Physikunterrichts. F/A als Maß für die Wirkung (Einbrechen ins Eis, Eindringen des Reißnagels, Delle durch Stöckelschuhe, Bruch des Pfeilers) unterstellt nämlich, dass die Wirkung *antiproportional* zur Fläche bei gleicher Kraft sei, d.h. nur vom Quotienten F/A und nicht von der Kraft oder Fläche einzeln abhängt. Dass das nicht stimmen kann, sieht man daran, dass man nicht daraus, dass ein Tisch ein Gewicht tragen kann, schließen kann, dass er auch jedes weitere Gewicht gleicher Größe, das man in gleicher Lage neben die schon vorhandenen Gewichte setzt, trägt: Das Verhältnis Kraft zu Auflagefläche bleibt natürlich gleich, trotzdem kann der Tisch bei Belastung durch weitere Gewichte durchaus brechen (ein weiteres Beispiel wäre eine Eisdecke: auch hier kann man nicht aus der Tatsache, dass ein Mensch nicht einbricht, folgern, dass das Eis auch hält, wenn sich weitere gleich schwere Leute - mit gleicher Schuhgröße - daneben aufs Eis stellen). Das Gewicht wird nämlich nicht allein von der Fläche direkt unter dem Tisch getragen, so dass der Quotient F/A nur ein grobes Maß für die Beurteilung der physikalischen Wirkung ist. Dieser Quotient heißt Spannung oder Druckspannung. Man kann sich die Verhältnisse durch ein einfaches Modell klarmachen. In diesem Modell betrachtet man den festen Stoff als aus kleinen, starren Blöcken aufgebaut, die sich nur gegeneinander bewegen können (die realen physikalischen Verhältnisse erhält man durch Übergang zu infinitesimal kleinen Blöcken). Die Blöcke kann man sich durch Federn verbunden denken (als Modell für die Kräfte zwischen den Atomen, die sie an ihren Positionen festhalten).
In der Skizze wird auf den mittleren Block eine Kraft, etwa durch ein aufliegendes Gewicht, ausgeübt,wodurch sich dieser Block ein wenig nach unten bewegt. Dadurch entstehen Scher-

kräfte (Kräfte parallel zur Kontaktfläche) an den Kontaktflächen zu den Nachbarblöcken (durch Belastung der Verbindungsfedern zwischen den Blöcken). Diese Scherkräfte ziehen die Nachbarblöcke nach unten, die Gegenkraft auf den Mittelblock kompensiert die Auflagekraft, d.h. die Auflagekraft wird durch die Seitenblöcke getragen. Nur wenn die Scherkräfte nicht groß genug sind, um der Auflagekraft die Waage zu halten, wird der Mittelblock durchgedrückt: der Balken, die Tischplatte bricht.

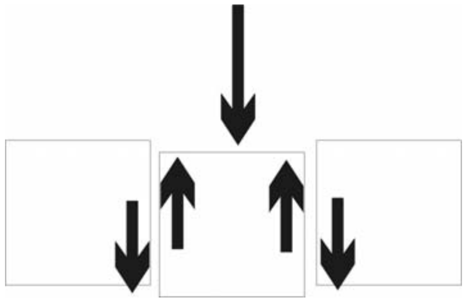

Abbildung 1: Gegenkräfte zu einer Auflagekraft bei einem festen Körper

Bei Flüssigkeiten liegen die Verhältnisse auf den ersten Blick ganz anders: Die Verformung einer idealen Flüssigkeit (ohne ihr Volumen, d.h. ihre Dichte zu ändern) erfordert praktisch keine Kraft (ein brauchbares Modell hierfür sind dicht gepackte Kugeln, die übereinander gleiten können, aber - abgesehen davon, dass sie sich nicht durchdringen können - keine Kräfte aufeinander ausüben). Um einen zum festen Körper analoges Beispiel zu verwenden, sei eine in einen Behälter eingeschlossene Flüssigkeit betrachtet, auf die an einer Stelle durch einen abgedichteten Kolben Kraft ausgeübt wird. Anderenfalls kann die Flüssigkeit zur Seite ausweichen und den Kraft ausübenden Gegenstand umfließen, so dass er einfach nur einsinkt (sonst könnte man ja auf Wasser laufen). Allerdings übt auch in diesem Falle die Flüssigkeit durch ihre Trägheit eine gewisse Gegenkraft aus, wie man sich durch einen Bauchsprung ins Wasser leicht überzeugen kann. Im Gegensatz zum festen Körper kann in der Abb.1 die Gegenkraft zur Auflagekraft nicht von den Seitenwänden aufgebracht werden: beim Gleiten des mittleren Blocks nach unten wird die benachbarte Flüssigkeit nicht mitgezogen, sie verhält sich wie eine ideal glatte Wand. Da auf sie keine Kraft ausgeübt wird, kann sie auch keine Gegenkraft ausüben. Ein (gedachter) Flüssigkeitsblock drückt also mit der gleichen Kraft wie die Auflagekraft nach unten. Hier kann also die seitlich benachbarte Flüssigkeit nichts mittragen, was den Quotienten $p=F/A$, der jetzt auch offiziell Druck heißt, zu einem sinnvollen Maß für die Wirkung macht: sie ist jetzt in der Tat proportional zum Druck p. Eine äußere Kraft wird also in der Flüssigkeit nach unten weitergereicht bis zum (festen) Boden, der die Gegenkraft aufbringt. Das heißt nun nicht, dass die Seitenwände überhaupt keine Kräfte erfahren: eine Flüssigkeit kann zwar ohne Kraftaufwand deformiert, aber nicht komprimiert werden (dichtgepackte Kugeln können nicht noch dichter gepackt werden). Kraft und Gegenkraft sind dabei immer senkrecht zur Kontaktfläche: eine Kraftkomponente parallel zur Oberfläche würde immer dazu führen, dass sich die Flüssigkeit so lange deformiert, bis es keine parallele Komponente mehr gibt. Daraus ergibt sich, dass der Druck allseitig und nach allen Seiten gleich groß ist: die Einteilung in Blöcke ist ja nur gedacht, d.h. die Grenzlinien können beliebig gezogen werden, statt wie im Beispiel der Abb.1 auch etwa wie in Abb. 2.

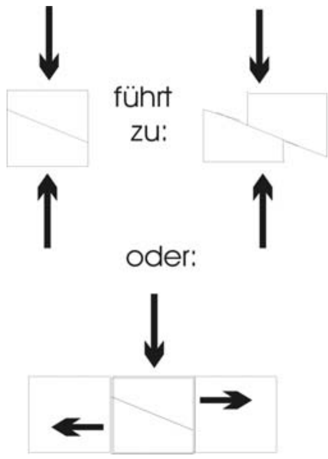

Abbildung 2: Gedachte Aufteilung in Blöcke und Kräfte bei einer Flüssigkeit

Da die gedachte Wand als ideal glatt angesehen werden muss, gleiten die beiden Blöcke auseinander, wenn sie nicht durch eine seitliche Kraft daran gehindert werden. Die wird aufgebracht als Gegenkraft, wenn die auseinandergleitenden Blöcke die dort schon vorhandene Flüssigkeit wegzudrücken versuchen (wie gesagt: es war ein geschlossener Behälter vorausgesetzt, so dass die Flüssigkeit nicht ausweichen kann). Betrachtet man die Kräfte auf einen Keil (Abb. 3), ergibt sich die Gleichheit des Druckes nach allen Richtungen als Bedingung für das Gleichgewicht.

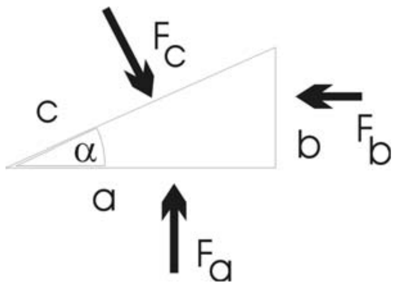

Abbildung 3: Die Zerlegung der Kraft auf c in eine senkrechte und eine waagrechte Komponente ergibt als Gleichgewichtsbedingungen $F_c \sin \alpha = F_b$ und $F_c \cos \alpha = F_a$, woraus sich wegen $\sin \alpha = b/c$ und $\cos \alpha = a/c$ ergibt, dass $F_a/a = F_b/b = F_c/c$ oder $p_a = p_b = p_c$

Eine überraschende Konsequenz ist, dass sich der Druck durch die Auflagekraft überall innerhalb der Flüssigkeit wiederfindet und auch an jeder Begrenzungsfläche, auf die sie drückt. Hat man nur solche Oberflächenkräfte, kann man so den Druck in der Flüssigkeit sofort bestimmen. Gibt es außerdem noch Volumenkräfte, d.h. Kräfte wie die Schwerkraft, die auch im Inneren der Flüssigkeit angreifen (ein weiteres Beispiel sind magnetische Flüssigkeiten, die aus einer Suspension magnetischer Teilchen bestehen), muss man bei der Berechnung des Drucks außer der Auflagekraft noch zusätzlich das Gewicht der auf der betrachteten Fläche lastenden Flüssigkeit berücksichtigen. Das Überraschende an dieser Konsequenz drückt sich besonders im hydrostatischen Paradoxon aus. So führt in Abb. 4 ein Röhrchen mit beliebig kleinem Querschnitt, also beliebig wenig Flüssigkeit und beliebig kleiner Gewichtskraft zu einem Druck beliebiger Größe und damit zu gewaltigen Kräften auf den Behälter (vorausgesetzt, es treten keine Kapillarkräfte auf, die als Scherkräfte das Gewicht kompensieren könnten). Man fragt sich, wie durch so wenig Flüssigkeit und deren winzige Gewichtskraft solch gewaltige Behälterbelastungen ausgelöst werden können. Diese Schlussfolgerung ist zwar korrekt, aber etwas irreführend. Sie gilt nur unter der unrealistischen Annahme, dass die Behälterwände absolut starr sind. In Wahrheit können sie sich immer ein wenig ausbeulen. Das ist zwar nur eine kleine Ausdehnung, aber über die große Fläche ergibt sich eine ganz ansehnliche Volumenvergrößerung, sodass die Flüssigkeit im Röhrchen stark sinkt und damit die im ersten Moment immense Kraft auf normale Werte zurückgeht. Würde man allerdings Flüssigkeit nachgießen, um die ursprüngliche Steighöhe beizubehalten, bliebe der Druck hoch und der Behälter könnte leicht platzen.

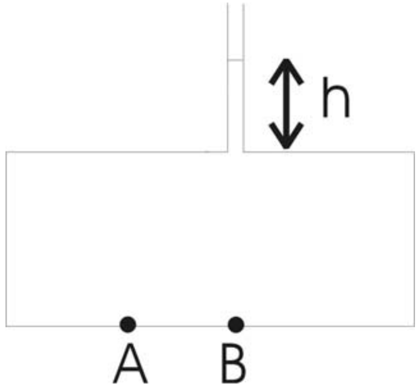

Abbildung 4: Zum hydrostatischen Paradoxon: Der zusätzliche Druck ist $\Delta p=\rho gh$ wegen $F/A=mg/A=\rho Vg/A=\rho Ahg/A=\rho gh$

Verwirrung tritt auch oft auf durch die Frage, wie es denn möglich ist, dass der Druck in den beiden Punkten A und B gleich sein kann, wo doch auf A weit weniger Flüssigkeit lastet als auf B und - wie gesagt - die Auflagekraft nicht zur Seite weitergegeben werden kann. Der Unterschied kommt zustande durch die Gegenkraft der oberen Behälterwand zur Druckkraft, die durch die Flüssigkeit im Röhrchen verursacht wird.

Bisher haben wir - wie beim Festkörper - nur den (hydro-)statischen Fall betrachtet. Ungleich interessanter ist das Verhalten von sich bewegenden Flüssigkeiten - von Strömungen (Bewegungen von festen Stoffen - von Brechen und plastischem Verhalten bis zu Schwingungen - stellen zwar auch ein vielseitiges und spannendes Gebiet dar, bleiben aber hier wegen ihres fehlenden Bezugs zum Begriff Druck unberücksichtigt). Auch bei Strömungen gehen wir zunächst von einer idealen Flüssigkeit aus. Wenn sich alle Teile der Flüssigkeit mit der gleichen Geschwindigkeit bewegen, braucht man nur die Strömung aus dem mit gleicher Geschwindigkeit mitbewegten (Inertial)System aus zu betrachten und die Verhältnisse sind die gleichen wie beim hydrostatischen Fall. Interessant ist eine Strömung mit unterschiedlichen Geschwindigkeiten. Sie ist notwendigerweise mit einem Druckgefälle verbunden: nur wenn der Druck an gegenüberliegenden Seiten verschieden groß ist, kommt es zu einer Nettokraft auf das Flüssigkeitsteilchen und damit zu einer Beschleunigung oder Geschwindigkeitsdifferenz.

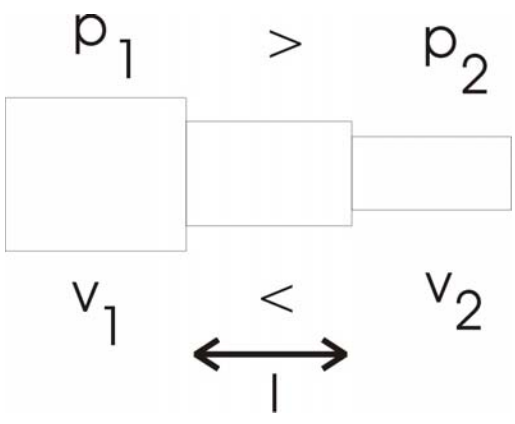

Abbildung 5: Zur Bernoulligleichung

Der Druck p_1 muss größer sein als p_2, um das mittlere Teilchen von der Geschwindigkeit v_1 auf die Geschwindigkeit v_2 des Bereichs, in den es eintritt, zu bringen (die hier betrachtete Strömung soll stationär sein). Aus der Kraft $(p_1-p_2)A$ auf das Teilchen der Masse $\rho V=\rho\, LA$ (wobei ρ die Dichte ist) ergibt sich mit der Newtonschen Bewegungsgleichung in Kraftstoss-formulierung $F\Delta t = m\Delta v$ direkt die Bernoulli-Gleichung, wobei $L/\Delta t$ als mittlere Geschwindigkeit $v_m = (v_1 + v_2)/2$ eingesetzt wurde:

$$(p_1 - p_2)A\, \Delta t = \rho LA\, \Delta v \;\Rightarrow (p_1 - p_2)A = \rho LA\, \Delta v\, L/\Delta t = \rho A\, \Delta v\, v_m$$

$$\Rightarrow (p_1 - p_2) = \rho\, (v_2 - v_1)\, (v_1 + v_2)/2 \Rightarrow (p_1 - p_2) = \rho\, (v_2^2 - v_1^2)/2 \;\Rightarrow$$

$$p_1 + \tfrac{1}{2}\rho v_1^2 = p_2 + \tfrac{1}{2}\rho v_2^2$$

Geschwindigkeitsänderungen kommen dabei durch Querschnittsänderungen zustande. Weil die Flüssigkeit inkompressibel ist, muss sie im kleinen Querschnitt schneller sein, weil an jeder Stelle die gleiche Menge Flüssigkeit pro Zeit durchfließen muss. Damit ist der Druckverlauf festgelegt. Bei konstantem Querschnitt ist der Druck überall konstant, d.h. es wird überhaupt kein Druckgefälle benötigt, um die Strömung aufrecht zu erhalten.

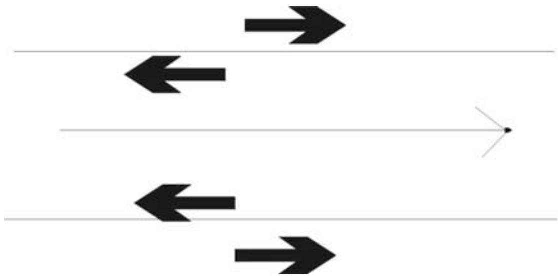

Abbildung 6: Rohrströmung

In Wahrheit hat eine Flüssigkeit immer eine gewisse innere Reibung oder Zähigkeit, d.h. wenn zwei Flüssigkeitsschichten aneinander vorbeigleiten, kommt es zur Reibung, d.h. Kräften parallel zur Kontaktfläche (Scherkräften) (Abb. 6), die die langsamere Schicht beschleunigen und die schnellere abbremsen. Ähnlich wie bei festen Stoffen können nun die Außenwände eine Kraft, die auf die Flüssigkeit ausgeübt wird, kompensieren, d.h. es gibt einen Strömungswiderstand und es ist ein Druckgefälle erforderlich, um die Strömung in Gang zu halten. Die Strömung bei bestehendem Druckgefälle aufzuhalten, wie ein fester Körper die Auflagekraft völlig kompensieren kann (von der Last auf einer Zimmerdecke spürt man ja nichts), kann die Reibung freilich nicht, da sie nur besteht, solange die Flüssigkeit strömt. Diese Darstellung der Flüssigkeitsreibung ist aber immer noch recht idealisiert: so gibt es Flüssigkeiten, die erst ab einer Mindestspannung anfangen zu fließen (sogenanntes Bingham-Verhalten) wie z.B. Zahnpasta, frischer Beton, Schlamm, aber auch Blut.
Manche Flüssigkeiten verhalten sich bei schnellen Krafteinwirkungen wie ein Festkörper, bei langsamen aber wie Flüssigkeiten (Honig, Stärkelösungen, feuchter Sand, Malerfarbe usw.). In wieder anderen Fällen sind die Eigenschaften einer Flüssigkeit nicht konstant, sondern hängen von ihrer Vorgeschichte ab (ähnlich der Hysterese bei Ferromagneten), d.h. ihre Eigenschaften sind zeitabhängig. So wird Ketchup dünnflüssiger, wenn es eine Weile geflossen ist und Motoröl ist in seiner Zusammensetzung gerade so entworfen worden, dass es sein Verhalten den Betriebsbedingungen des Motors anpasst.

Das hier über Flüssigkeiten Gesagte kann - abgesehen von den Sonderfällen im letzten Satz - so auch auf Gase übertragen werden mit einer wesentlichen Ausnahme. Druck entsteht in Flüssigkeiten nur durch äußere Kräfte. Ihr Druck auf Begrenzungsflächen ist immer eine Reaktionskraft. Eine kräftefreie Flüssigkeit übt weder einen Druck nach außen aus noch hat sie einen Innendruck (sieht man einmal von der schwachen Oberflächenspannung ab, die die Flüssigkeit zusammenzudrücken versucht). Dabei darf natürlich auch kein Luftdruck auf die Flüssigkeit wirken, d.h. sie müsste sich im Vakuum befinden, wobei sie allerdings sogleich verdampfen würde, oder in einem Behälter, den sie völlig ausfüllt, beides in der Schwerelosigkeit. Bei einem Gas hingegen besteht durch die thermische Bewegung von sich aus ein Druck, sowohl im Inneren wie gegen die Außenwände, die als Gegenkraft dann ihrerseits Druck auf das Gas ausüben. Man könnte an dieser Stelle geneigt sein anzunehmen, dass ein Gegendruck zum schon vorhandenen Eigendruck des Gases hinzukäme. Das ist ein Trugschluss, weil ohne Wand kein

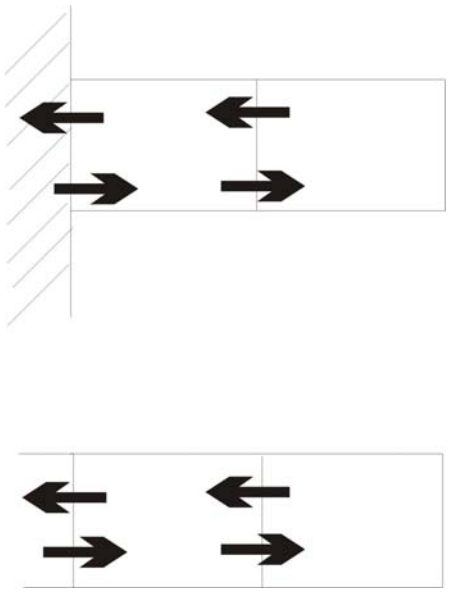

Abbildung 7: oben: Druck von Gas auf eine Wand unten: Druck in einem Gas

Gleichgewicht besteht (siehe Abb. 7) und das Gas sich ausdehnen würde. Die abschließende Wand ersetzt also nur den Druck, den die homogene Fortsetzung des Gases auch liefern würde und ändert deshalb nichts im Rest des Gases. Es erscheint etwas unglücklich, dass die Modellierung des Gases als frei bewegliche Moleküle wegen ihrer Einfachheit oft exemplarisch im Vordergrund der unterrichtlichen Behandlung steht, weil sie den Sonderfall des selbst erzeugten Drucks zum Regelfall, zum Erklärungsmodell für jeden Druck macht.